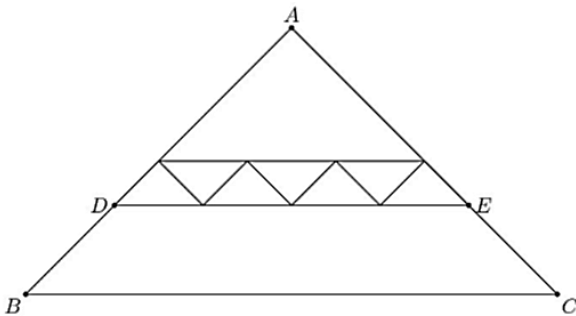


1. (AMC) Todos os triângulos da figura a seguir são semelhantes ao triângulo isósceles ABC, no qual $AB = AC$. Cada um dos 7 triângulos menores tem área 1 e o triângulo ABC tem área 40. Qual é a área do trapézio DBCE?



- (A) 16
- (B) 18
- (C) 20
- (D) 22
- (E) 24

2. (OBM) Em um triângulo ABC com $\widehat{ABC} - \widehat{BAC} = 50^\circ$, a bissetriz do ângulo \widehat{ACB} intersecta o lado AB em D. Seja E o ponto do lado AC tal que $\widehat{CDE} = 90^\circ$. A medida do ângulo \widehat{ADE} é

- (A) 25°
- (B) 30°
- (C) 40°
- (D) 45°
- (E) 50°

3. (OBM) Se x, y, a e b são reais positivos tais que $\sqrt{x - y} = a$ e $\sqrt{x} + \sqrt{y} = b$, determine \sqrt{xy} .

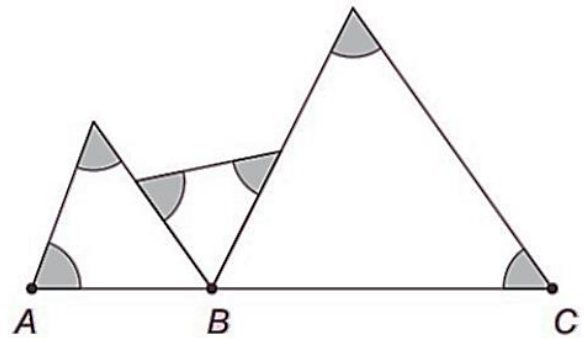
- (A) $\frac{b^4 - a^4}{4b^2}$
- (B) $\frac{a^2}{b}$
- (C) $\frac{b^2 + a^2}{b}$
- (D) $\frac{1}{b}$
- (E) a^2

4. (AMC) O produto $8 \times 888\dots 8$, onde o segundo fator tem k algarismos, é um inteiro cuja soma dos dígitos é 1000. Determine o valor de k .

Dica: observe valores pequenos para o número de dígitos 8 e tente encontrar um padrão

- (A) 901
- (B) 911
- (C) 919
- (D) 991
- (E) 999

5. (OBMEP) Na figura, os pontos A, B e C estão alinhados. Qual é a soma dos ângulos marcados em cinza?



- (A) 120°
- (B) 180°
- (C) 270°
- (D) 360°
- (E) 540°

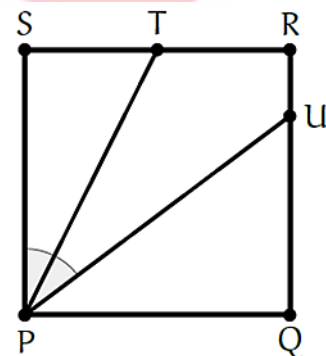
6. Qual a soma de todos os inteiros positivos n tais que

$$\sqrt{n^2 + 85n + 2017}$$

também é inteiro?

- (A) 195
- (B) 190
- (C) 185
- (D) 180
- (E) 175

7. O quadrado PQRS abaixo tem lado medindo 4 cm. Sabendo que T é o ponto médio de RS, $U \in RQ$ e $\widehat{SPT} = \widehat{TPU}$, qual o comprimento de UR?



- (A) 3,5 cm.
- (B) 3 cm.
- (C) 2 cm.
- (D) 1,5 cm.
- (E) 1 cm.

8. Na multiplicação indicada na figura os asteriscos representam algarismos, iguais ou não. Qual é a soma dos números que foram multiplicados?

$$\begin{array}{r}
 \times \quad * * \\
 \hline
 * * * \\
 + \quad * * \\
 \hline
 1656
 \end{array}$$

- (A) 82
 (B) 95
 (C) 110
 (D) 127
 (E) 132

9. (OBM) Se $x + y = 8$ e $xy = 15$, qual é o valor de $x^2 + 6xy + y^2$?

- (A) 64
 (B) 109
 (C) 120
 (D) 124
 (E) 154

10. (OBM) No triângulo ABC, $AB = 2$ e $BC = \sqrt{2}$. Seja M o ponto médio do lado AB. Se $\widehat{BAC} = \alpha$, $\widehat{BMC} = \beta$ e $\widehat{MBC} = \gamma$, então:

- (A) $\alpha + \beta = \gamma$
 (B) $\alpha + \beta = 2\gamma$
 (C) $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
 (D) $\alpha + \beta = 90^\circ$
 (E) $\alpha + \beta = 45^\circ$

11. Qual é o algarismo das unidades do número 13^{2018} ?

- (A) 1
 (B) 3
 (C) 7
 (D) 8
 (E) 9

12. Na equação

$$(10^{12} + 2500)^2 - (10^{12} - 2500)^2 = 10^n,$$

qual o valor de n ?

- (A) 10
 (B) 12
 (C) 14
 (D) 16
 (E) 20

13. Qual o valor inteiro de n para o qual o número $2^8 + 2^{11} + 2^n$ é um quadrado perfeito?

- (A) 3.
 (B) 6.
 (C) 7.
 (D) 8.
 (E) 12.

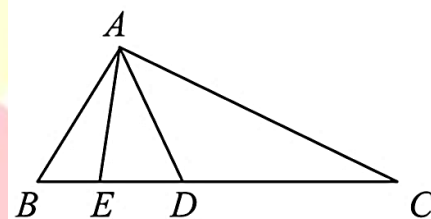
14. (OBMEP) Joãozinho inventou uma operação matemática com números inteiros, para a qual ele usa o sinal *. Ela funciona assim:

$$a * b = (a + 1)x(b - 1)$$

Por exemplo, $3 * 5 = (3 + 1)x(5 - 1) = 16$. Se a e b são inteiros positivos tais que $a * b = 24$ e $b * a = 30$, quanto vale $a + b$?

- (A) 11
 (B) 12
 (C) 15
 (D) 16
 (E) 18

15. No triângulo ABC, os pontos D e E pertencem ao lado BC e são tais que $BD = BA$ e $CE = CA$. Dado que $\widehat{DAE} = 40$, quanto mede, em graus, o ângulo \widehat{BAC} ?



- (A) 80°
 (B) 90°
 (C) 100°
 (D) 110°
 (E) 120°

16. (AMC) No triângulo ABC, $AB = BC = 29$ e $AC = 42$. Qual é a área do triângulo ABC?

- (A) 701
 (B) 609
 (C) 500
 (D) 420
 (E) 100

17. (OBM) Determine $x + y$, onde x e y são reais, sabendo que $x^3 + y^3 = 9$ e $xy^2 + x^2y = 6$.

- (A) 1
 (B) 2
 (C) 3
 (D) 4
 (E) 5

18. (OBM) Para homenagear a Copa do Mundo e as Olimpíadas no Brasil, Esmeralda, a prefeita da cidade Gugulândia, decidiu que seria feriado em sua cidade no dia x do mês de número y , onde x é o último algarismo do número 2016^{2014} e y é o resto de 2014^{2016} na divisão por 11. Assim, esse feriado será no dia:

Observação: O mês de janeiro corresponde ao mês de número 1 e assim por diante.

- (A) 8 de março
- (B) 6 de janeiro
- (C) 4 de janeiro
- (D) 6 de abril
- (E) 6 de março

19. (AMC) Os dois números de 7 algarismos $\overline{74A52B1}$ e $\overline{326AB4C}$ são múltiplos de 3. Qual dos seguintes algarismo é um possível valor de C ?

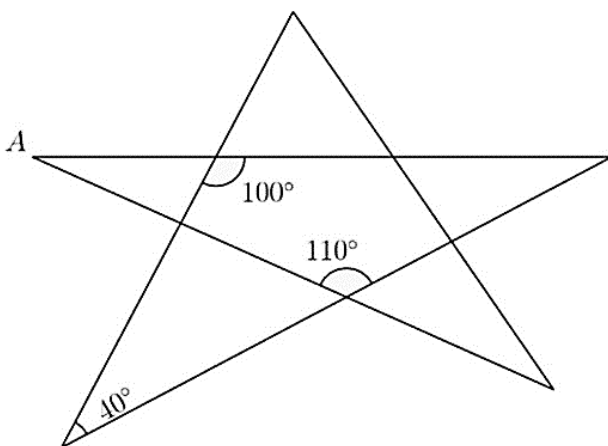
- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 5
- (E) 8

20. (OBM) Determine o valor da expressão

$$\frac{2015^3 - 1}{1 + 2015^2 + 2016^2}$$

- (A) 1006
- (B) 1007
- (C) 1008
- (D) 2014
- (E) 2015

21. (AMC) Determine a medida do ângulo A em graus.



- (A) 20°
- (B) 30°
- (C) 35°
- (D) 40°
- (E) 45°

22. (OBMEP) Adão atribuiu um valor numérico a cada letra do alfabeto. Multiplicando os valores atribuídos às letras, ele obteve $PAPAI = 12$, $GALO = 5$ e $PAPAGAIO = 24$. Qual é o valor que ele atribuiu à letra L ?

- (A) $1/4$
- (B) $5/8$
- (C) $10/3$
- (D) 2
- (E) $5/2$

23. Qual o maior inteiro positivo x tal que o resultado de

$$\frac{4x^2 + 7x + 8}{x + 1}$$

também é inteiro?

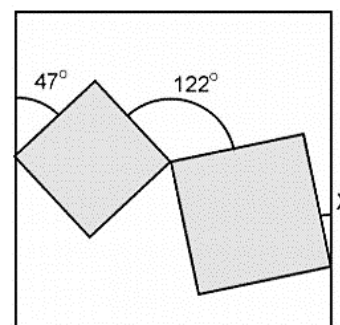
- (A) 8
- (B) 7
- (C) 6
- (D) 5
- (E) 4

24. Sendo $x \in \mathbb{R}^*$ tal que $x + \frac{1}{x} = 4$. Qual o valor de

$$x^3 + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}?$$

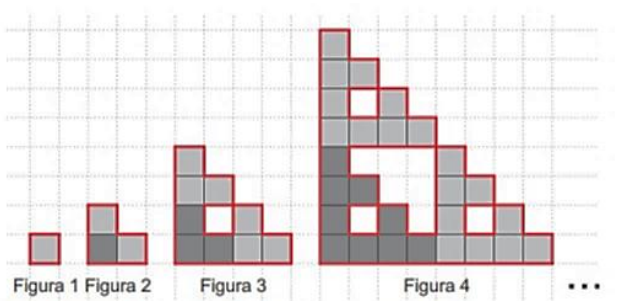
- (A) 32.
- (B) 66.
- (C) 70.
- (D) 80.
- (E) 128.

25. (OBM) Na figura, os quadrados cinzentos têm um vértice comum e o quadrado maior tem um vértice de cada um desses quadrados em seus lados. As medidas de alguns ângulos, em graus, estão indicadas na figura. Qual é o valor de x em graus?



- (A) 79°
- (B) 43°
- (C) 32°
- (D) 21°
- (E) 11°

26. (OBMEP) Começando com um quadrado de 1 cm de lado, formamos uma sequência de figuras, como na ilustração. Cada figura, a partir da segunda, é formada unindo-se três cópias da anterior. Os contornos das quatro primeiras figuras medem, respectivamente, 4 cm, 8 cm, 20 cm e 56 cm. Quanto mede o contorno da Figura 6?

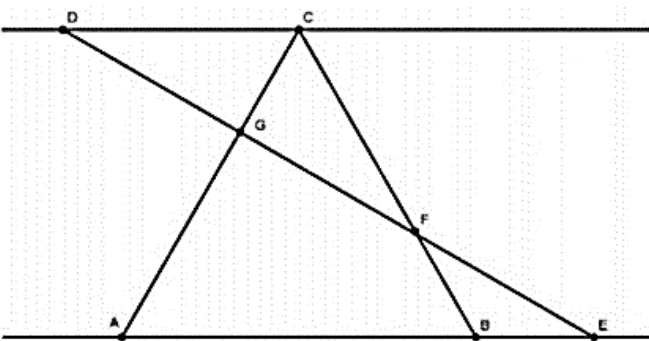


- (A) 88 cm
- (B) 164 cm
- (C) 17 cm
- (D) 48 cm
- (E) 488 cm

27. (OBM) O número de seis dígitos $\overline{ab2016}$ é múltiplo de 99. Determine o valor do dígito a.

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 6
- (D) 8
- (E) 9

28. (OBM) Na figura a seguir, as retas CD e AB são paralelas. Se ABC é um triângulo equilátero, $DG = GF = FE$ e $AB = 12$, determine o comprimento de GC.



- (A) 4
- (B) 3
- (C) 8
- (D) 5
- (E) 2

29. O número de seis dígitos $\overline{ab2016}$ é múltiplo de 99. Qual o valor do dígito a?

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 6
- (D) 8
- (E) 9

30. (OBM) O perímetro de um retângulo é 100 e a diagonal mede x. Qual é a área do retângulo?

- (A) $625 - x^2$
- (B) $625 - \frac{x^2}{2}$
- (C) $1250 - x^2$
- (D) $1250 - \frac{x^2}{2}$
- (E) $2500 - \frac{x^2}{2}$

31. (OBM) O triângulo aritmético de Fibonacci é formado pelos números ímpares inteiros positivos a partir do 1 dispostos em linhas com ordem crescente em cada linha e pulando para a linha seguinte. A linha n possui exatamente n números. Veja as quatro primeiras linhas

linha 1 → 1
 linha 2 → 3 5
 linha 3 → 7 9 11
 linha 4 → 13 15 17 19
 ...

Em qual linha aparecerá o 2013?

- (A) 46
- (B) 45
- (C) 64
- (D) 63
- (E) 62

32. (OBMEP) Juliana começou a escrever, em ordem crescente, uma lista dos números inteiros positivos cuja soma dos algarismos é divisível por 5. Sua lista começou com 5, 14, 19, 23, e terminou quando ela encontrou dois números consecutivos. Qual é a soma dos algarismos do penúltimo número dessa lista?

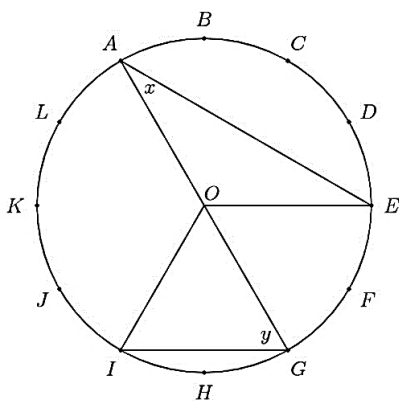
- (A) 10
- (B) 20
- (C) 30
- (D) 40
- (E) 50

33. (OBMEP) Qual é o valor da expressão abaixo?

$$\frac{-1x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 4x^5 - 5x^6 + \dots - 49x^{50} + 50x^{51}}{1 + 2 + 3 + \dots + 25}$$

- (A) 4
- (B) 5
- (C) 6
- (D) 7
- (E) 8

34. (AMC) A circunferência de centro O foi dividida em 12 arcos iguais, marcados por letras de A até L como na figura a seguir. Determine a soma dos ângulos x e y em graus.



- (A) 75°
- (B) 80°
- (C) 90°
- (D) 120°
- (E) 150°

35. Qual o maior número primo que divide $2^{24} - 1$ e $2^{16} - 1$?

- (A) 23
- (B) 19
- (C) 17
- (D) 13
- (E) 11

36. (OBMEP) Qual é o algarismo das dezenas da soma

$$\underbrace{7}_{\text{um sete}} + \underbrace{77}_{\text{dois setes}} + \underbrace{777}_{\text{três setes}} + \underbrace{7777}_{\text{quatro setes}} + \dots + \underbrace{777 \dots 777}_{\text{setenta e seis setes}} + \underbrace{777 \dots 777}_{\text{setenta e sete setes}} ?$$

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8
- (E) 9

37. (OBM) O conjunto verdade de uma equação na variável x é o conjunto formado por todos os valores de x que satisfazem a equação. O conjunto verdade da equação $(x - a)^2 = b^2$, sendo a e b reais positivos, é:

- (A) $\{a + b\}$
- (B) $\{a - b\}$
- (C) $\{a + b; a - b\}$
- (D) $\{-a + b; a + b\}$
- (E) $\{a + b; -a - b\}$

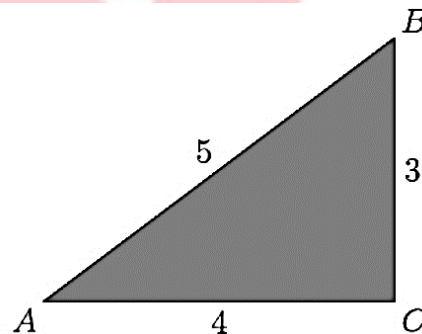
38. A equação

$$37^2 + 46^2 + 49^2 - 20^2 - 17^2 = x^2 + y^2$$

possui apenas uma solução inteira positiva (x, y) , com $x < y$. Sendo assim, qual o valor de $x + y$?

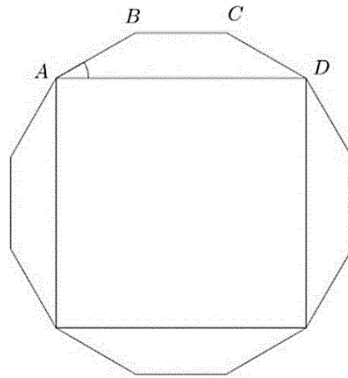
- (A) 76
- (B) 80
- (C) 84
- (D) 93
- (E) 95

39. (AMC) Um papel triangular com lados 3, 4 e 5 cm, como mostrado na figura, é dobrado de modo que o ponto A fique exatamente sobre o ponto B . Qual é o comprimento da dobra feita?



- (A) $1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}$
- (B) $\sqrt{3}$
- (C) $\frac{7}{4}$
- (D) $\frac{15}{8}$
- (E) 2

40. (OBM) Sabendo que a figura a seguir representa um dodecágono regular, qual a medida do ângulo $B\hat{A}D$?



- (A) 15°
- (B) 30°
- (C) 45°
- (D) 60°
- (E) 75°

