



## Centro Educacional MADAN Prova de Admissão

Instruções para a realização da Prova de Admissão da Turma ITA 2021 do Centro Educacional MADAN.

1. Esta prova de admissão tem duração total de 2 horas.
2. É permitido o uso **apenas** de lápis (ou lapiseira), caneta e borracha. **É proibido qualquer outro material escolar.**
3. A Prova de Admissão é composta por **40 questões de múltipla escolha** (numeradas de 01 a 40), sendo todas de **Matemática**.
4. Verifique se este caderno de questões está completo.
5. Cada questão admite **uma única** resposta.
6. Antes do final da prova, você receberá uma folha de gabarito para a transcrição das respostas. Usando caneta azul ou preta, assinale a opção correspondente à resposta de cada uma das questões de múltipla escolha.
7. Cuidado para não errar no preenchimento da folha de gabarito. Se isso ocorrer, avise o fiscal, que lhe fornecerá uma folha extra, com o cabeçalho devidamente preenchido.
8. **Não haverá tempo suplementar para o preenchimento da folha de gabarito.**
9. A **não devolução** da folha de gabarito e do caderno de questões implicará na **desclassificação do candidato**.
10. **Os alunos não estão autorizados a levar o caderno de questões.**
11. **Aguarde o aviso para iniciar a prova. Ao terminá-la, avise o fiscal e aguarde-o no seu lugar.**
12. No dia 21/12/2020, o gabarito desta prova será disponibilizado no site do MADAN ([www.madan.com.br](http://www.madan.com.br)).
13. A partir do dia 21/12/2020, os 40 candidatos com as melhores pontuações serão notificados por telefone e por e-mail a fim de agendarem uma entrevista com os diretores do MADAN. Essa entrevista é a segunda etapa do processo de admissão, sendo obrigatório a presença de pelo menos um dos responsáveis pelo aluno. Somente após essa entrevista, a escola autorizará a matrícula do aluno. Caso a escola não consiga entrar em contato com o aluno ou com seus responsáveis em até 3 dias, sua pré-matrícula será cancelada.
14. Em caso de desistência, os suplentes serão imediatamente avisados por telefone e por e-mail.

**Questão 1**

Quantos números de 3 algarismos existem cuja soma dos algarismos é 25?

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) 10

**Questão 2**

Calcule:

$$\sqrt{\left(\frac{2,1333 \dots}{53 + \frac{1}{3}}\right)^{-3}}$$

- a) 25
- b) 5
- c) 125
- d) 169
- e) 64

**Questão 3**

Um empreiteiro, encarregado da construção de duas estradas iguais em importância e dimensões, empregou 80 trabalhadores em cada uma. No fim de 50 dias, havia construído os  $\frac{3}{8}$  da primeira estrada e os  $\frac{5}{7}$  da segunda. Quantos operários da turma que trabalha na segunda estrada deve o empreiteiro juntar à primeira turma para que a construção fique pronta no fim de 120 dias, a contar do início da construção?

- a) 11
- b) 4
- c) 16
- d) 13
- e) 8

**Questão 4**

Se  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$ , determine o valor de  $1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \frac{1}{81} + \dots$

- a)  $\frac{\pi^2}{7}$
- b)  $\frac{\pi^2}{8}$
- c)  $\frac{\pi^2}{9}$
- d)  $\frac{\pi^2}{10}$
- e)  $\frac{\pi^2}{12}$

**Questão 5**

Um número de seis algarismos começa à esquerda, pelo algarismo 1. O novo número, de seis algarismos, que se obtém transpondo o algarismo 1 para a direita, é o triplo do número primitivo. Quais dentre as alternativas abaixo representa o número primitivo?

- a) 142875
- b) 142857
- c) 142856
- d) 143865
- e) 143856

**Questão 6**

Seja A um conjunto com 14 elementos e B um subconjunto de A com 6 elementos. O número de subconjuntos de A com um número de elementos menor ou igual a 6 e disjuntos de B é:

- a)  $2^8 - 9$
- b)  $2^8 - 1$
- c)  $2^8 - 2^6$
- d)  $2^{14} - 2^8$
- e)  $2^8$

**Questão 7**

Num concurso, cada candidato fez uma prova de Português e uma de Matemática. Para ser aprovado o aluno tem que passar nas duas provas. Sabe-se que o número de candidatos que passaram em português é o quádruplo do número de aprovados no concurso. Os que passaram em matemática são o triplo do número de candidatos aprovados no concurso. Já aqueles que não passaram nas duas provas é a metade do número de aprovados no concurso. No total foram 260 pessoas realizando o concurso. Quantos candidatos foram reprovados no concurso?

- a) 140
- b) 160
- c) 180
- d) 200
- e) 220

**Questão 8**

Simplificando a expressão

$$2. \left( x^2 + \sqrt{x^4 - 1} \right) \left[ \sqrt[3]{(x^2 + 1) \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} + \sqrt[3]{(x^2 - 1) \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} \right]^{-2}$$

Para  $x > 1$ , obtemos:

- a)  $\sqrt{x}$
- b)  $\sqrt{x^2 - 1}$
- c)  $\sqrt[3]{x^2}$
- d)  $x\sqrt{x}$
- e)  $-\sqrt[3]{x^2}$

**Questão 9**

Considere a expressão

$$A = 123456782013^2 - 2.123456782010^2 + 123456782007^2$$

- I. A soma dos algarismos de A é divisor do próprio A.
- II. A quantidade de divisores positivos de A é um divisor de A.
- III. O número A é negativo.
- IV. O número  $A^2 - 5A^3 + 4A$  é, necessariamente, um múltiplo de 640.

Leia atentamente as opções e marque a resposta certa. Estão erradas, apenas:

- a) I e II
- b) III e IV
- c) I, II e IV
- d) I, II e III
- e) II, III e IV

**Questão 10**

Em uma classe com 35 estudantes pesquisou-se sobre os gostos relativos a matemática e literatura e constatou-se que:

- 7 homens gostam de matemática;
- 6 homens gostam de literatura;
- 5 homens e 8 mulheres não para ambos;
- há 16 homens na classe;
- 5 estudantes gostam de ambos; e
- 11 estudantes somente de matemática.

Quantas mulheres gostam apenas de literatura?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

**Questão 11**

A soma dos algarismos de  $X = \sqrt{2004.2002.1998.1996 + 36}$  é:

- a) 12
- b) 24
- c) 36
- d) 48
- e) X não é natural

**Questão 12**

Considere três conjuntos A, B e C, tais que:  $n(A)=28$ ,  $n(B)=21$ ,  $n(C)=20$ ,  $n(A \cap B)=8$ ,  $n(B \cap C)=9$ ,  $n(A \cap C)=4$  e  $n((A \cap B) \cap C)=3$ . Assim sendo, o valor de  $n((A \cup B) \cap C)$  é:

- a) 3
- b) 10
- c) 20
- d) 21
- e) 24

**Questão 13**

Sejam A um conjunto com 8 elementos e B um conjunto tal que  $A \cup B$  contenha 12 elementos. Qual o número de elementos de  $P(B \setminus A) \cup P(\emptyset)$ ? Obs 1: Se X é um conjunto,  $P(X)$  denota o conjunto de todos os subconjuntos de X. Obs 2:  $B \setminus A = \{x | x \notin A; x \in B\}$

- a) 8
- b) 16
- c) 20
- d) 17
- e) 9

**Questão 14**

Os ângulos internos de um hexágono convexo estão em progressão aritmética. Calcule o maior valor inteiro para a razão dessa progressão.

- a)  $22^\circ$
- b)  $24^\circ$
- c)  $23^\circ$
- d)  $25^\circ$
- e)  $27^\circ$

**Questão 15**

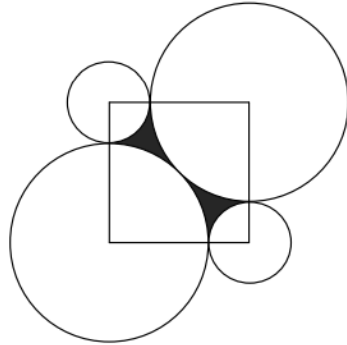
Determine a soma dos algarismos da solução inteira da equação

$$\sqrt{\frac{x-2004}{15}} + \sqrt{\frac{x-2005}{14}} + \sqrt{\frac{x-2006}{13}} = \sqrt{\frac{x-15}{2004}} + \sqrt{\frac{x-14}{2005}} + \sqrt{\frac{x-13}{2006}}$$

- a) 10
- b) 8
- c) 12
- d) 16
- e) 6

**Questão 16**

Considere um quadrado de lado 1. Foram construídos dois círculos de raio  $R$  com centros em dois vértices opostos do quadrado e tangentes entre si; dois outros círculos de raio  $r$  com centros nos outros dois vértices do quadrado e tangentes aos círculos de raio  $R$ , como ilustra a figura abaixo.



A área da região sombreada é:

- a)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)\pi$
- b)  $(\sqrt{2} - 1)\pi$
- c)  $1 + \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)\pi$
- d)  $1 + (\sqrt{2} - 1)\pi$
- e)  $1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\pi$

**Questão 17**

Seja ABCDEF um hexágono regular. A reta EF determina dois semiplanos. No semiplano que não contém A (relativo a EF), toma-se o ponto P tal que  $\angle APD = 90^\circ$ ,  $PD = 8$  e  $AP = 6$ . Calcule BP.

- a) 10
- b)  $4 + 3\sqrt{3}$
- c)  $3 + 4\sqrt{3}$
- d) 12
- e)  $8 + 6\sqrt{3}$

**Questão 18**

Assinale o resto da divisão por 8 da soma abaixo:

$$138947^{76} + 985637^{43}$$

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

**Questão 19**

Num quadrilátero qualquer ABCD, P é ponto médio de AD e M é ponto médio de BC. Unindo-se P a C e M a A, obtém-se o quadrilátero APCM. Sendo a área de ABCD igual a  $18m^2$ , qual a área de APCM em  $m^2$ ?

- a) 6
- b) 9
- c) 12
- d) 15
- e) 16

**Questão 20**

Sabendo que  $x^3 - x - 1 = 0$ , o valor de

$$\sqrt[3]{3x^2 - 4x + x} + x \cdot \sqrt[4]{2x^2 + 3x + 2}$$

É igual a:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

**Questão 21**

Em um setor circular de  $45^\circ$ , limitado pelos raios OA e OB iguais a R, inscreve-se um quadrado MNPQ, onde MN está apoiado em OA e o ponto Q sobre o raio OB. Então, o perímetro do quadrado é:

- a)  $4R$
- b)  $2R$
- c)  $2R\sqrt{2}$
- d)  $4R\sqrt{5}$
- e)  $\frac{4R\sqrt{5}}{5}$

**Questão 22**

Numa cidade constatou-se que as famílias que consomem arroz não consomem macarrão. Sabe-se que: 40% das famílias consomem arroz; 30% consomem macarrão; 15% consomem feijão e arroz; 20% consomem feijão e macarrão; 60% consomem feijão.

A porcentagem correspondente às famílias que não consomem esses três produtos é:

- a) 10%
- b) 3%
- c) 15%
- d) 5%
- e) 12%

**Questão 23**

Considere que ABC é um triângulo retângulo em A, de lados  $AC=b$  e  $BC=a$ . Seja H o pé da perpendicular traçada de A sobre BC, e M o ponto médio de AB, se os segmentos AH e CM cortam-se em P, a razão  $\frac{AP}{PH}$  será igual a:

- a)  $\frac{a^2}{b^2}$
- b)  $\frac{a^3}{b^2}$
- c)  $\frac{a^2}{b^3}$
- d)  $\frac{a^3}{b^3}$
- e)  $\frac{a}{b}$

**Questão 24**

Sejam a e b números reais tais que:

- (i) a, b e a + b formam, nessa ordem, uma PA;
- (ii)  $2^a$ , 16 e  $2^b$  formam, nessa ordem, uma PG.

Então o valor de a é:

- a)  $8/3$
- b)  $7/3$
- c)  $5/3$
- d)  $4/3$
- e)  $2/3$

**Questão 25**

Sejam A e B subconjuntos não vazios de R, e considere as seguintes afirmações:

I –  $(A - B)^c \cap (B \cup A^c)^c = \emptyset$ ;

II –  $(A - B^c)^c = B - A^c$ ;

III –  $[(A^c - B) \cap (B - A)]^c = A$ ;

Sobre essas afirmações podemos afirmar que:

- a) Apenas a afirmação I é verdadeira
- b) Apenas a afirmação II é verdadeira
- c) Apenas a afirmação III é verdadeira
- d) Todas as afirmações são verdadeiras
- e) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras



**Questão 26**

Os comprimentos das circunferências de uma sequência de círculos concêntricos formam uma progressão aritmética de razão 2. Os raios desses círculos formam uma:

- a) progressão geométrica de razão  $\frac{1}{2}$
- b) progressão geométrica de razão  $\frac{1}{\pi}$
- c) progressão aritmética de razão 2
- d) progressão aritmética de razão  $\pi$
- e) progressão aritmética de razão  $\frac{1}{\pi}$

**Questão 27**

Dado um quadrado ABCD, de lado  $a$ , marcam-se os pontos E sobre o lado AB, F sobre o lado BC, G sobre o lado CD e H sobre o lado AD, de modo que os segmentos formados AE, BF, CG e DH tenham comprimento igual a  $\frac{3a}{4}$ . A área do novo quadrilátero formado pelas interseções dos segmentos AF, BG, CH, e DE mede:

- a)  $\frac{a^2}{25}$
- b)  $\frac{a^2}{18}$
- c)  $\frac{a^2}{16}$
- d)  $\frac{a^2}{9}$
- e)  $\frac{2a^2}{9}$

**Questão 28**

Numa progressão geométrica de razão  $q$  sabemos que  $a_1 = \frac{1}{q}$  e  $a_1 \cdot a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^5$  e o produto dos  $n$  primeiros termos é  $q^{20}$ . Então a soma dos  $n$  primeiros termos é igual a:

- a)  $\frac{3^8 - 2^8}{2 \cdot 3^6}$
- b)  $\frac{3^8 - 2^8}{2 \cdot 3^8}$
- c)  $\frac{3^8 - 2^6}{2 \cdot 3^6}$
- d)  $\frac{3^6 - 2^6}{2 \cdot 3^6}$
- e)  $\frac{3^6 - 2^6}{2 \cdot 3^8}$

**Questão 29**

Suponha que  $x$ ,  $y$  e  $z$  estejam em PG de razão  $r$  e  $x \neq y$ . Se  $x$ ,  $2y$ ,  $3z$  estão em PA, então  $r$  é igual a:

- a)  $\frac{1}{4}$
- b)  $\frac{1}{3}$
- c)  $\frac{1}{2}$
- d) 2
- e) 4

**Questão 30**

Seja  $\{F_n\}$  uma sequência definida recursivamente por  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ , onde  $F_{18} = 2584$  e  $F_{21} = 10946$ , calcule o valor de  $F_{22}$ .

- a) 12225
- b) 13530
- c) 17711
- d) 20412
- e) 22121

**Questão 31**

A sequência  $X_n$  está definida pelas seguintes condições:

$$X_1 = 19, X_2 = 97; X_{n+2} = X_n - \frac{1}{X_{n+1}}.$$

Determine  $n$  no qual o termo  $X_n$  é nulo.

- a) 1840
- b) 1841
- c) 1842
- d) 1843
- e) 1844

**Questão 32**

Um ciclo de três conferências teve sucesso constante, isto é, em cada sessão havia o mesmo número de participantes. No entanto, a metade dos que compareceram à primeira não voltou mais; um terço dos que compareceram à segunda conferência assistiu apenas a ela e um quarto dos que compareceram a terceira não assistiu nem à primeira nem à segunda. Sabendo que havia 300 inscritos e que cada um assistiu a pelo menos uma conferência, determine quantas pessoas compareceram às três conferências.

- a) 37
- b) 38
- c) 39
- d) 40
- e) 41

**Questão 33**

O número  $N = 11111 \dots 11$  possui 5999 dígitos, todos iguais a 1. O resto da divisão de  $N$  por 7 é:

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 5
- e) 6

**Questão 34**

Suponha que, em uma prova, um aluno gaste para resolver cada questão, a partir da segunda, o dobro de tempo gasto para resolver a questão anterior. Suponha ainda que, para resolver todas as questões, exceto a última, ele tenha gasto 63,5 minutos e para resolver todas as questões, exceto as duas últimas, ele tenha gasto 31,5 minutos. De quantas questões é composta a prova?

- a) 16 questões
- b) 14 questões
- c) 7 questões
- d) 8 questões
- e) 9 questões

**Questão 35**

Para  $a$  e  $b$  inteiros, sabendo que 7 é divisor de  $a + 3b$ , qual o resto da divisão de  $13a + 11b$  por 7?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

**Questão 36**

Considere um quadrilátero ABCD cujas diagonais AC e BD medem, respectivamente, 5cm e 6cm. Se R, S, T e U são os pontos médios dos lados do quadrilátero dado, então o perímetro do quadrilátero RSTU vale:

- a) 22cm
- b) 5,5cm
- c) 8,5cm
- d) 11cm
- e) 13cm

**Questão 37**

Quantos são os números inteiros de 2 algarismos que são iguais ao triplo do produto de seus algarismos?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

**Questão 38**

Seja  $\alpha$  raiz da equação do segundo grau  $x^2 - x - 1 = 0$ , calcule o valor de  $\alpha^7 - 13\alpha$ .

- a) 3
- b) 5
- c) 8
- d) 13
- e) 21

**Questão 39**

Sobre o número  $X = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ . Podemos afirmar que:

- a) é um número natural
- b) é um número racional maior que 3
- c) é um número racional menor que 2
- d) é um número racional maior que 2 e menor que 3
- e) é um número irracional

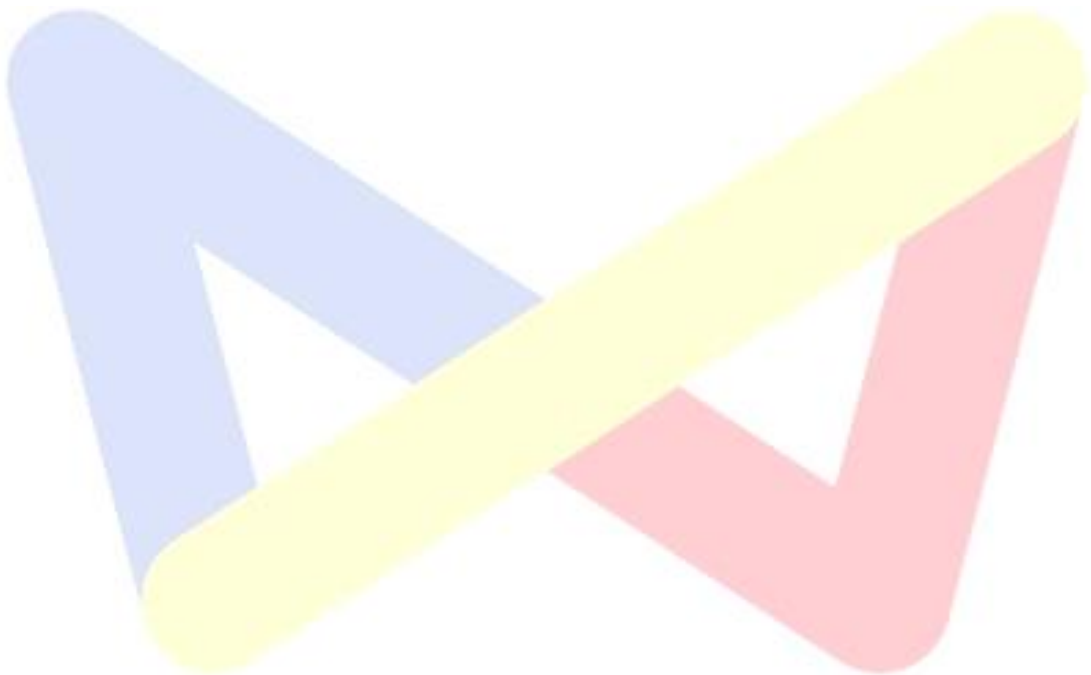
**Questão 40**

Sejam  $x, y$  números inteiros tais que:

$$x^3 + y^3 + (x + y)^3 + 30xy = 2000$$

Então  $x+y$  vale:

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) 10



RASCUNHO

